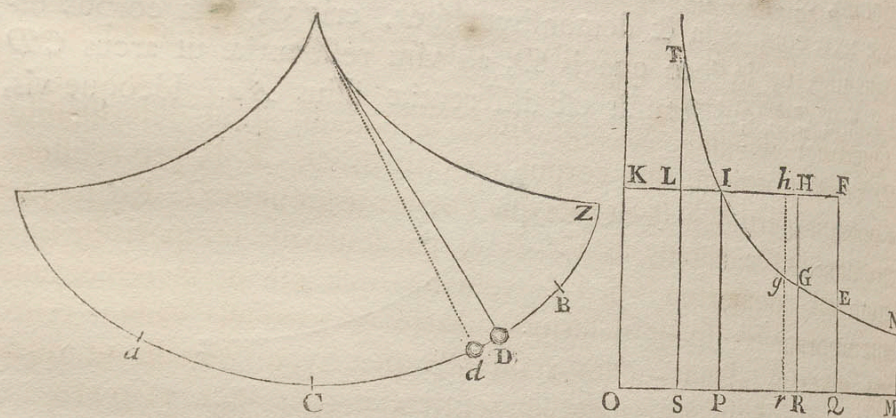


PROPOSITIO XXIX. PROBLEMA VI.

Posito quod corpori in cycloide oscillanti resistitur in duplicata ratione velocitatis: invenire resistentiam in locis singulis.

Sit Ba arcus oscillatione integra descriptus, sitque C infimum cycloidis punctum, & CZ semissis arcus cycloidis totius, longitudini penduli æqualis; & quærat resistentia corporis in loco quovis D . Secetur recta infinita OQ in punctis O, S, P, Q , ea lege, ut (si erigantur perpendiculara OK, ST, PI, QE , centroque O & asymptotis OK, OQ describatur hyperbola $TIGE$ secans perpendiculara ST, PI, QE in T, I & E , & per punctum I agatur KF parallela asymptoto OQ occurrens asymptoto OK in K , & perpendicularis ST & QE in L & F) fuerit area hyperbolica $PIEQ$ ad aream hyperbolicam $PITS$ ut arcus BC descensu corporis descriptus ad arcum



Ca ascensu descriptum, & area IEF ad aream ILT ut OQ ad OS . Dein perpendicularo MN abscindatur area hyperbolica $PINM$ quæ sit ad aream hyperbolicam $PIEQ$ ut arcus CZ ad arcum BC descensu descriptum. Et si perpendicularo RG abscindatur area hyperbolica $PIGR$, quæ sit ad aream $PIEQ$ ut arcus quilibet CD ad arcum BC descensu toto descriptum; erit resistentia in loco D

ad vim gravitatis, ut area $\frac{OR}{OQ} IEF - IGH$ ad aream $PINM$.

Nam cum vires a gravitate oriundæ quibus corpus in locis Z, B, D, a urgetur, sint ut arcus CZ, CB, CD, Ca , & arcus illi sint ut area $PINM$.

$PINM, PITEQ, PIGR, PITS$; exponantur tum arcus tum vires per has areas respective. Sit insuper Dd spatium quam minimum a corpore descendente descriptum, & exponatur idem per aream quam minimam $RGgr$ parallelis RG, rg comprehensam; & producat rg ad b , ut sint $GHbg$, & $RGgr$ contemporanea arearum $IGH, PIGR$ decrementa. Et area $\frac{OR}{OQ} IEF - IGH$ incremen-

tum $GHbg - \frac{Rr}{OQ} IEF$, seu $Rr \times HG - \frac{Rr}{OQ} IEF$, erit ad aream

$PIGR$ decrementum $RGgr$, seu $Rr \times RG$, ut $HG - \frac{IEF}{OQ}$ ad

RG ; ideoque ut $OR \times HG - \frac{OR}{OQ} IEF$ ad $OR \times GR$ seu $OP \times$

PI , hoc est (ob æqualia $OR \times HG, OR \times HR - OR \times GR, ORHK - OPIK, PIHR$ & $PIGR + IGH$) ut $PIGR + IGH -$

$\frac{OR}{OQ} IEF$ ad $OPIK$. Igitur si area $\frac{OR}{OQ} IEF - IGH$ dicatur Y ,

atque area $PIGR$ decrementum $RGgr$ detur, erit incrementum area Y ut $PIGR - Y$.

Quod si V designet vim a gravitate oriundam, arcui describendo CD proportionalem, qua corpus urgetur in D , & R pro resistentia ponatur; erit $V - R$ vis tota qua corpus urgetur in D . Est itaque incrementum velocitatis ut $V - R$ & particula illa temporis in qua factum est conjunctim: Sed & velocitas ipsa est ut incrementum contemporaneum spatii descripti directe & particula eadem temporis inverse. Unde, cum resistentia per hypothesin sit ut quadratum velocitatis, incrementum resistentiæ (per lem. 11.) erit ut velocitas & incrementum velocitatis conjunctim, id est, ut momentum spatii & $V - R$ conjunctim; atque ideo, si momentum spatii detur, ut $V - R$; id est, si pro vi V scribatur ejus exponens $PIGR$, & resistentia R exponatur per aliam aliquam aream Z , ut $PIGR - Z$.

Igitur area $PIGR$ per datorum momentorum subductionem uniformiter decrescente, crescunt area Y in ratione $PIGR - Y$, & area Z in ratione $PIGR - Z$. Et propterea si area Y & Z simul incipiant & sub initio æquales sint, hæ per additionem æqualium momentorum pergent esse æquales, & æqualibus itidem momentis subinde